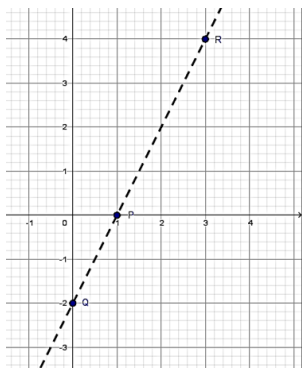




BRAINSTORM
T E M U C O

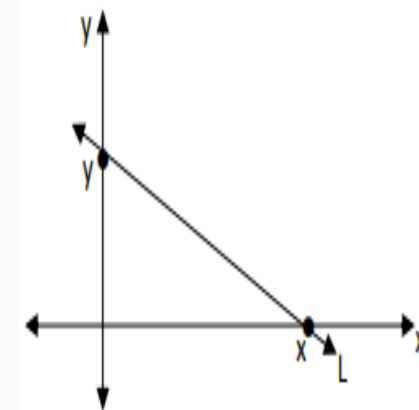


MATEMÁTICA

Rectas en el Plano

Docente: Susana M. Hueicha Hernández
Curso: Cuarto Medio A

Temuco, Octubre de 2020



Definición

- Una recta esta determinada por un conjunto infinito de **puntos colineales** (alineados en una sola dirección) en un plano.
- El nombre que recibe la expresión algebraica (función) que determina a una recta dada se denomina **ECUACIÓN DE LA RECTA**
- Toda recta tiene asociada una ecuación lineal con 2 variables.

- La ecuación de una recta se puede escribir de manera general como:

$$ax + by + c = 0$$

Donde a, b, c son números reales; además a, b no son simultáneamente cero

Ej: $2x + 3y + 1 = 0$ ← (ecuación general de la recta)

- La ecuación de una recta se puede escribir de manera principal como $y = ax + b$ o $y = mx + n$ donde a, b son números reales.



Forma explicita de la ecuación $\rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$

- Se utiliza cuando se conocen la pendiente (m) y un punto (x_1, y_1)

Ej: Dado el punto (2,1) y pendiente m=2 determinar la ecuación de la recta

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 1 &= 2(x - 2) \\ y - 1 &= 2x - 4 \\ y &= 2x - 4 + 1 \\ y &= 2x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{matrix} P(2, 1) & M=2 \\ x_1 & y_1 \end{matrix}$$

Ej: (desde la ecuación anterior)

$$2x + 3y + 1 = 0 \leftarrow \text{(Ecuación General)}$$

$$3y = -2x - 1$$

$$y = \frac{-2x - 1}{3}$$

$$y = \frac{-2x}{3} - \frac{1}{3} \leftarrow \text{(Ecuación principal de la recta)}$$

- Cuando se tienen 2 puntos de una recta P1 (x_1, y_1) y P2 (x_2, y_2) , la pendiente queda determinada por el cociente entre la diferencia de las ordenadas y la diferencia de las abscisas de los puntos.

Es decir:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$x_2 \neq x_1$$

Ecuación de la recta dado 2 puntos

Sean $P1(x_1, y_1)$ y $P2(x_2, y_2)$ 2 puntos de una recta es posible determinar su ecuación.

Desde $y - y_1 = m(x - x_1)$ y $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Se tiene que:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Determinando así la ecuación de la recta dado 2 puntos

Ej: Sean $P1(4, 3)$ y $P2(-3, -2)$, determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados

$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{-2 - 3}{-3 - 4} (x - 4)$$

$$y - 3 = \frac{-5}{-7} (x - 4)$$

$$y - 3 = \frac{5}{7} (x - 4)$$

$$y - 3 = \frac{5}{7} x - \frac{20}{7}$$

$$y = \frac{5}{7} x - \frac{20}{7} + 3$$

$$y = \frac{5}{7} x + \frac{1}{7}$$

Forma principal

$$y - \frac{5}{7} x - \frac{1}{7} = 0$$

Forma general

Puntos colineales de una recta →

Tres o más puntos se dicen colineales si pertenecen a una misma recta

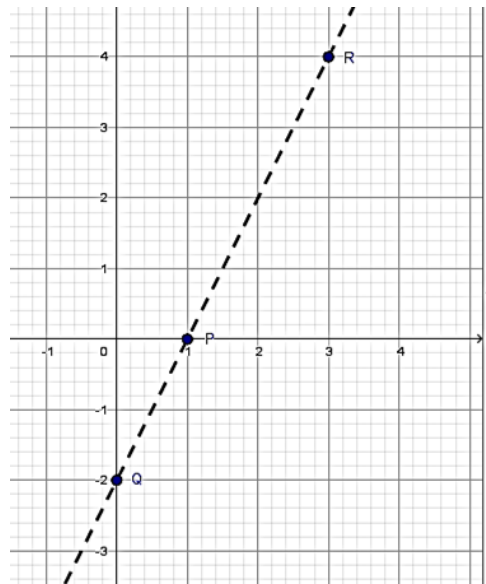
Ej1:

$y - x_2 + 2 = 0$ $P(1,0)$, $Q(0,-2)$, $R(3,4)$ son colineales

$$\begin{aligned} P(1,0) \quad & 0 - 2 \cdot 1 + 2 = 0 \\ & 0 - 2 + 2 = 0 \\ & 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(0,-2) \quad & -2 - 2 \cdot 0 + 2 = 0 \\ & -2 - 0 + 2 = 0 \\ & 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(3,4) \quad & 4 - 2 \cdot 3 + 2 = 0 \\ & 4 - 6 + 2 = 0 \\ & 6 - 6 = 0 \\ & 0 = 0 \end{aligned}$$



Los puntos P, Q y R son colineales pertenecientes a la recta $y - 2x + 2 = 0$

Ej2:

$P(1,0)$, $Q(0,-2)$, $R(3,a)$ determinar el valor de "a" para que los puntos sean colineales

Con P y Q se obtiene la ecuación de la recta

$$y - 0 = \frac{-2 - 0}{0 - 1} (x - 1)$$

$$y = \frac{-2}{-1} (x - 1)$$

$$y = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2 \text{ (Forma principal)}$$

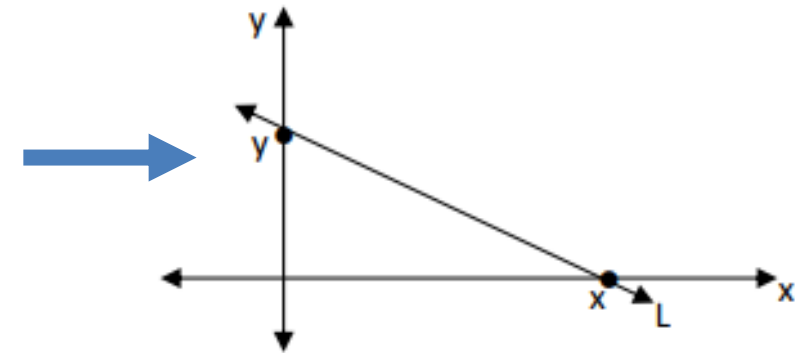
$$y - 2x + 2 = 0 \text{ (Forma general)}$$

$$\begin{aligned} R(3,a) \quad & y - 2x + 2 = 0 \\ & a - 2 \cdot 3 + 2 = 0 \\ & a - 6 + 2 = 0 \\ & a - 4 = 0 \\ & a = 4 \end{aligned}$$

$R(3,4)$; Los puntos P, Q y R son colineales pertenecientes a la recta $y - 2x + 2 = 0$

Intersección de la recta con los ejes X y Y

- Según la grafica que se muestra a continuación los puntos donde la recta L corta al eje x son de la forma (x, 0), y donde corta al eje y, de la forma (0, y)



1° Para determinar la intersección de la recta con el eje x, se debe encontrar el punto perteneciente al eje x donde su coordenada sea de la forma (x,0)

Ej: $4x+5y-20=0$

$$y = 0 \quad 4x+5\cdot 0-20=0$$

$$4x+0-20=0$$

$$4x-20=0$$

$$4x=20$$

$$x=\frac{20}{4}$$

$$x=5$$

La recta intersecta al eje x en el punto (5,0)

2° Del mismo modo, para determinar la intersección con el eje Y, se debe encontrar el punto perteneciente al eje Y donde su coordenada sea de la forma (0,Y)

Ej: $4x-5y-20=0$

$$X=0 \quad 4\cdot 0+5y-20=0$$

$$0+5y-20=0$$

$$5Y-20=0$$

$$5Y=20$$

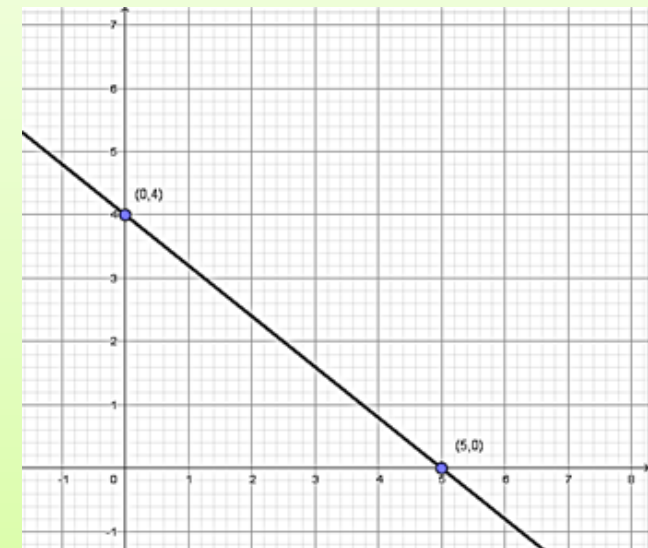
$$Y=\frac{20}{5}$$

$$Y=4$$

La recta intersecta al eje Y en el punto (0,4)

Grafica de la recta $4x+5y-20=0$

- Eje X $\rightarrow$ (5,0) Eje Y $\rightarrow$ (0,4)



• Pendiente de la recta y coeficiente de posición

La **pendiente** indica la inclinación de la recta con respecto al **eje X** (*abscisas*). Se denota con la letra **m** y su signo indica si se trata de una recta que **asciende o desciende** (*de izquierda a derecha*)

Caso 1:

Ej: $y = 2x + 1$ entonces: $m = 2$ $n = 1$

Intersección Eje X

$$y = 0 \rightarrow 0 = 2x + 1$$

$$-1 = 2x$$

$$\frac{-1}{2} = x$$

$$\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$$

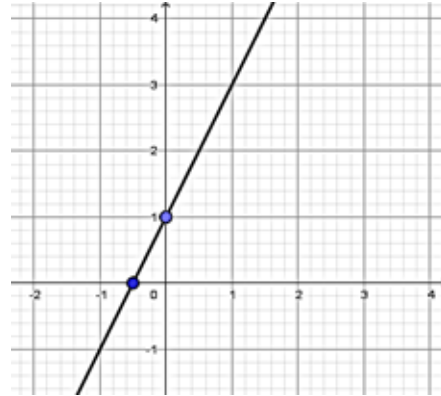
Intersección Eje Y

$$x = 0 \rightarrow y = 2 \cdot 0 + 1$$

$$y = 0 + 1$$

$$y = 1$$

$$(0, 1)$$



$m > 0$, tiene pendiente positiva y la recta es ascendente o creciente.

Caso 2:

Ej: $y = -2x + 1$ entonces: $m = -2$ $n = 1$

Intersección Eje x

$$y = 0 \rightarrow 0 = -2x + 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

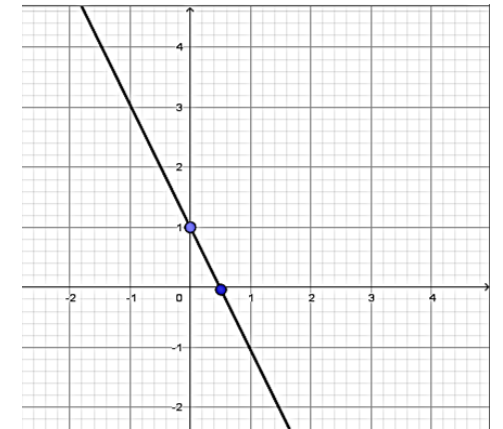
$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

Intersección Eje Y

$$x = 0 \rightarrow y = -2 \cdot 0 + 1$$

$$y = 1$$

$$(0, 1)$$

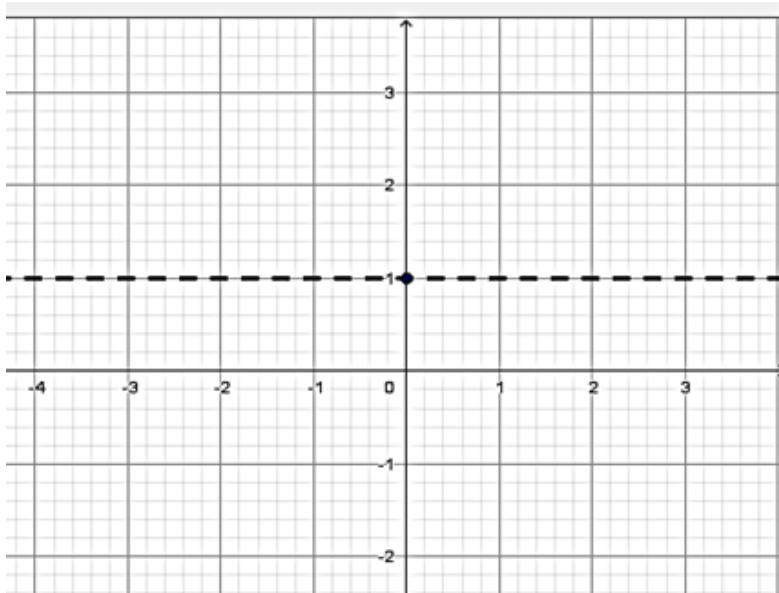


$m < 0$, tiene pendiente negativa y la recta es descendente o decreciente.

Caso 3:

Ej: $y=1 \rightarrow y=0 \cdot x+1$ entonces: $m=0$ $n=1$

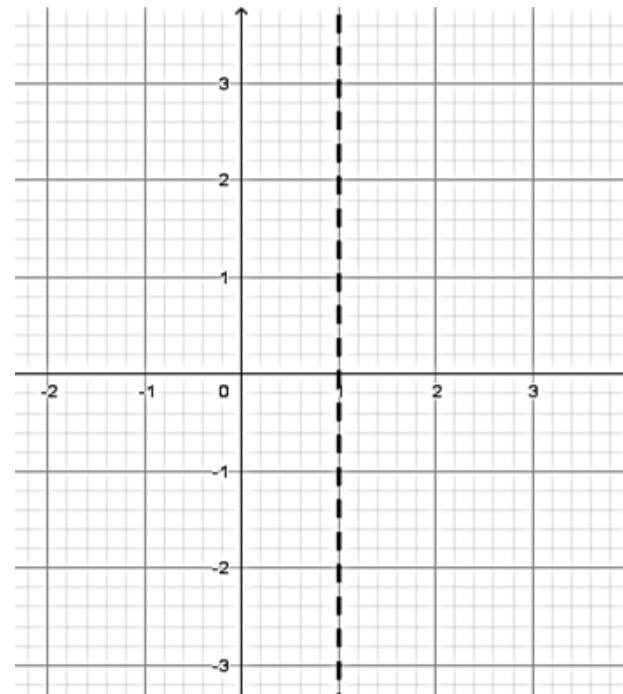
Si $y = n$, donde n es una constante, entonces se tiene $m = 0$ por lo tanto la pendiente es nula o cero y su recta es horizontal



Caso 4:

Ej: $x=1$

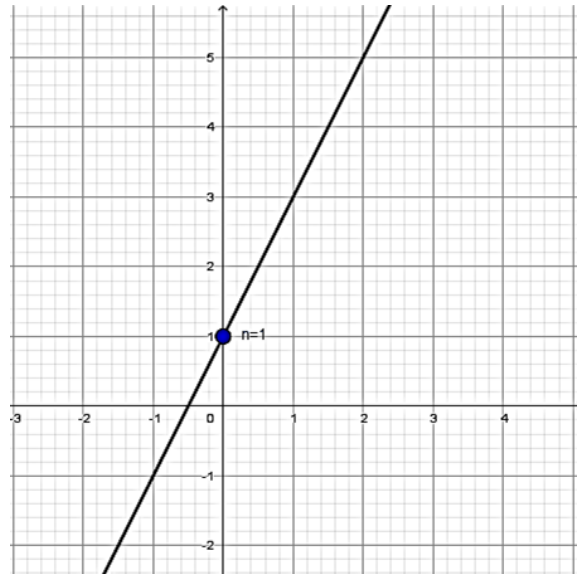
Si $x = n$, donde n es una constante, entonces m no está definida y la recta es vertical



El **coeficiente de posición** indica la intersección de la recta con el eje Y

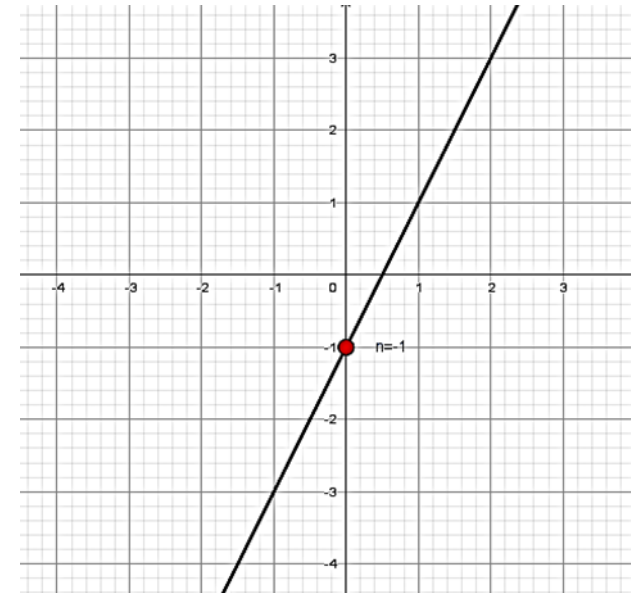
Ej 1: $y = 2x + 1$ $n=1$

Intersección Eje y $\rightarrow (0, 1)$



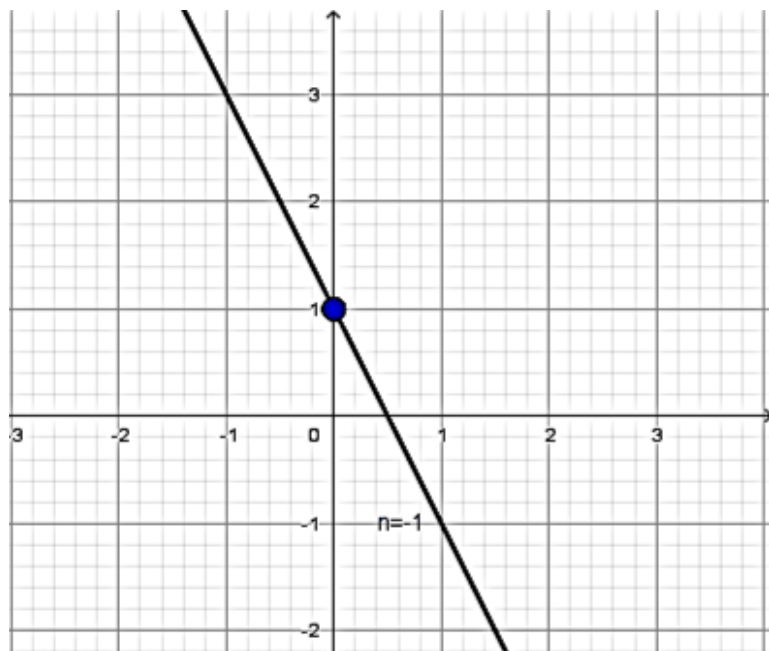
Ej 2: $y = 2x - 1$ $n=-1$

Intersección Eje y $\rightarrow (0, -1)$



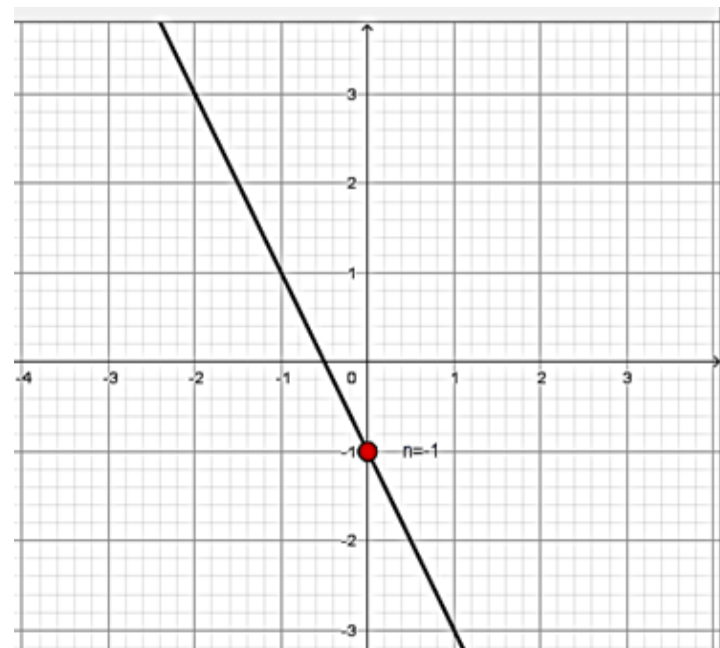
Ej 3: $y = -2x + 1$

Intersección Eje y $\rightarrow (0, 1)$



Ej 4: $y = -2x - 1$

Intersección Eje y $\rightarrow (0, -1)$



Posiciones relativas de dos rectas en el plano

Rectas paralelas

- Dos o más rectas son paralelas si sus pendientes tienen el mismo valor, es decir, son iguales.
- Sean $L1: y = m_1 x + n_1$ y $L2: y = m_2 x + n_2$, entonces

$$L1 // L2 \Leftrightarrow m_1 = m_2 \text{ y } n_1 \neq n_2$$

Ej: Dadas las rectas $x+y=3$ y $2x+2y=2$, determinar si son paralelas

$$L1: x+y=3$$

$$y=-x+3$$

$$m_1 = -1$$

$$n_1 = 3$$

$$m_1 = m_2 \text{ y } n_1 \neq n_2$$

$$-1 = -1 \quad 3 \neq 1$$

Las rectas son paralelas

$$L2: 2x+2y=2$$

$$y=\frac{2x+2}{2}$$

$$2$$

$$y=-x+1$$

$$m_2 = -1$$

$$n_2 = 1$$

$$L1: \text{Int. Eje X}$$

$$(3,0)$$

$$\text{Int. Eje Y}$$

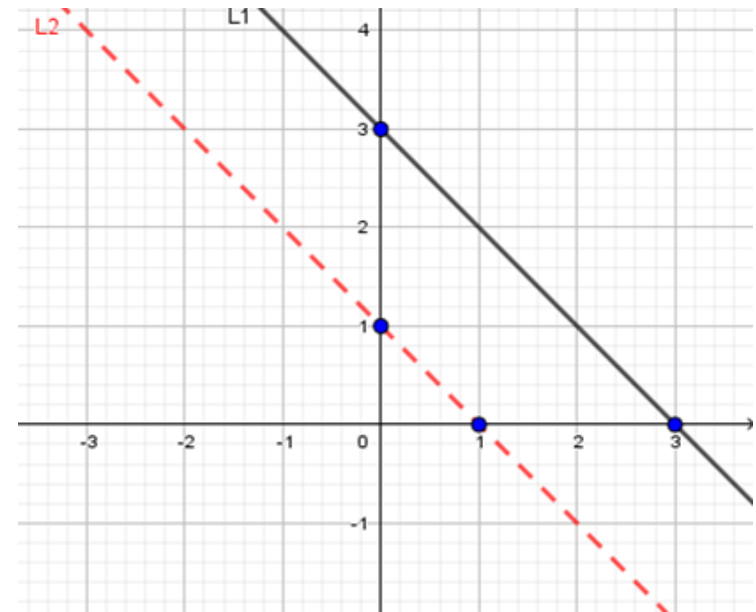
$$(0,3)$$

$$L2: \text{Int. Eje X}$$

$$(1,0)$$

$$\text{Int. Eje Y}$$

$$(0,1)$$



Rectas coincidentes

- Dos rectas son coincidentes si sus pendientes son iguales y además si sus coeficientes de posición son iguales
- Sean $L1: y = m_1 x + n_1$ y $L2: y = m_2 x + n_2$, entonces

$$L1//L2 \text{ son coincidentes} \begin{cases} m_1 = m_2 \\ n_1 = n_2 \end{cases}$$

Ej: Dadas las rectas $x+y=1$ y $2x+2y=2$, determinar si son coincidentes

$$L1: y = -x + 1$$

$$m_1 = -1$$

$$n_1 = 1$$

$$L2: 2y = -2x + 2$$

$$y = \frac{-2x}{2} + \frac{2}{2}$$

$$y = -x + 1$$

$$m_2 = -1$$

$$n_2 = 1$$

$$m_1 = m_2 \text{ y } n_1 = n_2$$
$$-1 = -1 \quad 1 = 1$$

Las rectas son coincidentes

L1: Int Eje X

(1,0)

Int. Eje Y

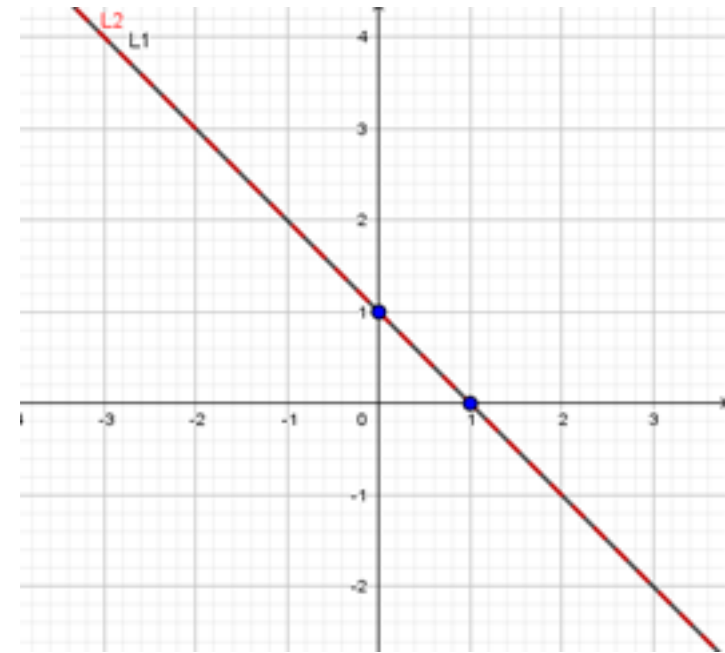
(0,1)

L2: Int. Eje X

(1,0)

Int. Eje Y

(0,1)



Rectas perpendiculares

- Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1
- Sean $L1: y = m_1 x + n_1$ y $L2: y = m_2 x + n_2$, entonces

$$L1 \perp L2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$$

Ej: Dadas las rectas $2x+y=1$ y $y=\frac{1}{2}x+3$, determinar si son perpendiculares

$$L1: 2x+y=1$$

$$y = -2x + 1$$

$$m_1 = -2$$

$$n_1 = 1$$

$$L2: y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$m_2 = \frac{1}{2}$$

$$n_2 = 3$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$\frac{-2}{2} = -1$$

$$-1 = -1$$

Las rectas son
perpendiculares

L1: Int. Eje X

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

Int. Eje Y

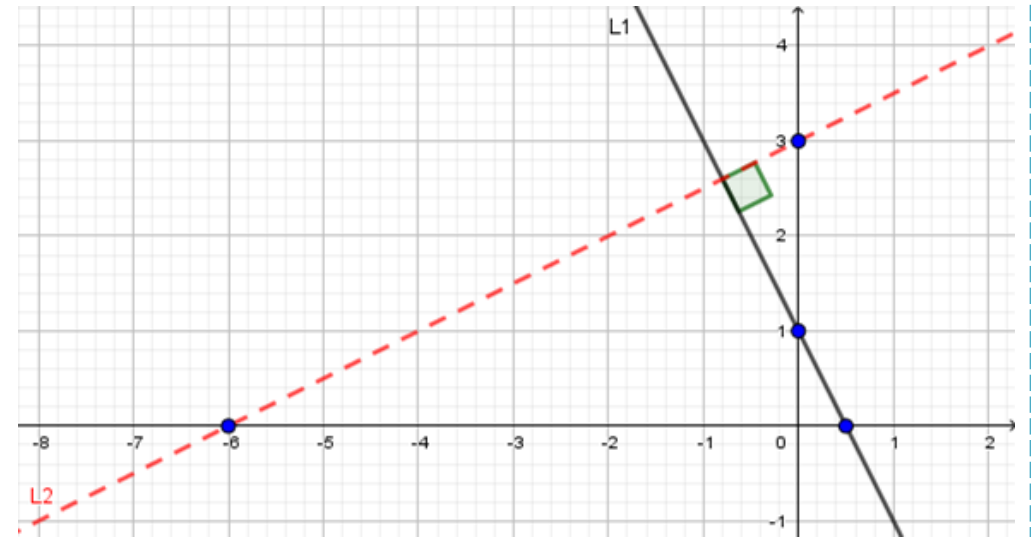
$$(0, 1)$$

L2: Int. Eje X

$$(-6, 0)$$

Int. Eje Y

$$(0, 3)$$



Rectas secantes

- Dos rectas son secantes si sus pendientes son distintas
- Sean $L1: y = m_1 x + n_1$ y $L2: y = m_2 x + n_2$, entonces

Ej: Dadas las rectas $2x+4y=16$ y $3x-4y=-6$ determinar si son secantes

$L1$ es secante a $L2 \Leftrightarrow m_1 \neq m_2$

$$L1: 2x+4y=16$$

$$4x = -2x + 16$$

$$y = \frac{-2x+16}{4}$$

$$y = \frac{-x}{2} + 4$$

$$m_1 = \frac{-1}{2}$$
$$n_1 = 4$$

$m_1 \neq m_2$
 $\frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$
Las rectas son
secantes

$$L2: 3x-4y=-6$$

$$-4y = -3x - 6 \quad / \quad -1$$

$$4y = 3x + 6$$

$$y = \frac{3x+6}{4}$$

$$y = \frac{3x}{4} + \frac{3}{2}$$

$$m_2 = \frac{3}{4}$$
$$n_2 = \frac{3}{2}$$

$L1$: Int. Eje X

(8,0)

Int. Eje Y

(0,4)

$L2$: Int. Eje X

(-2,0)

Int. Eje Y

$(0, \frac{3}{2})$

